

Quiz #1

Επιστημονικός Υπολογισμός - Άνοιξη 2010

Ημερομηνία Παράδοσης Πέμπτη, 24 Φεβρουαρίου 2010

(παράδοση ηλεκτρονικά στο eclass με δικαιολογημένες απαντήσεις

και 1 σελίδα με απαντήσεις στην αρχή του μαθήματος)

(110 μονάδες)

Ονοματεπώνυμο: ΜΑΧΕΝΤΗ ΚΑΤΕΡΙΝΑ

ΑΜ: 494

1. Η επίλυση ενός προβλήματος από ένα μηχανικό απαιτεί τέσσερα βήματα. Επιλέξτε τη σειρά με την οποία πρέπει να εκτελούνται αυτά τα βήματα.

A) διατύπωση, επίλυση, ερμηνεία, υλοποίηση

B) επίλυση, διατύπωση, ερμηνεία, υλοποίηση

☒ Γ) διατύπωση, επίλυση, υλοποίηση, ερμηνεία

Δ) διατύπωση, υλοποίηση, επίλυση, ερμηνεία

2. Μία από τις ρίζες της εξίσωσης $x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0$ είναι:

A) -1

B) 1

Γ) $\sqrt{3}$

☒ Δ) 3

για $x = -1$ έχουμε $(-1)^3 - 3(-1)^2 + (-1) - 3 = 0 \Leftrightarrow -8 = 0$ ΑΤΟΠΟ

για $x = 1$ έχουμε $1^3 - 3 + 1 - 3 = 0 \Leftrightarrow -4 = 0$ ΑΤΟΠΟ

για $x = \sqrt{3}$ έχουμε $(\sqrt{3})^3 - 3(\sqrt{3})^2 + \sqrt{3} - 3 = 0 \Leftrightarrow 4\sqrt{3} - 12 = 0$ ΑΤΟΠΟ

για $x = 3$ έχουμε $3^3 - 3 \cdot 3^2 + 3 - 3 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$

3. Η λύση του συστήματος εξισώσεων:

$$25a + b + c = 0$$

$$64a + 8b + c = 155$$

$$144a + 12b + c = 155$$

Είναι: (a, b, c) =

A) (1, 1, 1)

B) (1, -1, 1)

Γ) (1, 1, -1)

☒ Δ) δεν έχει μία μοναδική λύση.

καμία από τις λύσεις Α, Β, Γ δεν ικανοποιεί το σύστημα

4. Η ακριβής τιμή του ολοκλήρωματος $\int_0^{\pi/4} 2\cos 2x dx$

είναι:

A) -1.000

☒ B) 1.000

Γ) 0.000

Δ) 2.000

$$\int_0^{\pi/4} 2\cos 2x dx = \left[\frac{2\sin 2x}{2} \right]_0^{\pi/4} = [\sin 2x]_0^{\pi/4} = \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1 - 0 = 1$$

5. Η τιμή της παράστασης $\frac{dy}{dx}(1.0)$, με $y = 2\sin(3x)$ είναι:

☒ A) -5.9399

B) -1.980

Γ) 0.31402

☒ Δ) 5.9918

$$y' = 2\cos(3x) \cdot 3 = 6\cos(3x)$$

$$\frac{dy}{dx}(1.0) = 6\cos(3 \cdot 1) = 6\cos(3) = 0.9899 \cdot 6 = 5.9399$$

6. Ο συντελεστής του όρου x^5 στο πολυώνυμο Maclaurin για το $\sin(2x)$ είναι:

A) 0

B) 0.0083333

Γ) 0.016667

Δ) 0.26667

$\frac{f^{(5)}(0)}{5!} x^5$ είναι ο 5ος όρος του πολυωνύμου
Maclaurin από τη συνάρτηση

$$\text{είαι } \frac{f^{(5)}(0)}{5!} = \frac{32 \cos 0}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{32}{120} \cdot 1 = 0,26667$$

$$f^{(1)}(x) = \cos(2x) \cdot 2$$

$$f^{(2)}(x) = -4 \sin(2x)$$

$$f^{(3)}(x) = -8 \cos(2x)$$

$$f^{(4)}(x) = 16 \sin(2x)$$

$$f^{(5)}(x) = 32 \cos(2x)$$

7. Δοθέντος ότι $f(3) = 6, f'(3) = 8, f''(3) = 11$, και ότι όλες οι παράγωγοι υψηλότερης τάξης είναι μηδέν για $x = 3$, υποθέτοντας ότι η συνάρτηση και όλες οι παράγωγοί της υπάρχουν και είναι συνεχείς μεταξύ $x = 3$ και $x = 7$, η τιμή του $f(7)$ είναι:

- ☒ A) 38.000
 B) 79.500
 Γ) 126.00
 Δ) 331.50

8. Δοθέντος ότι $y(x)$ είναι η λύση της εξίσωσης $\frac{dy}{dx} = y^3 + 2$ και $y(0) = 3$, η τιμή του $y(0.2)$ ενός πολωνύμου Taylor δευτέρου βαθμού είναι:

- A) 4.400
 B) 8.800
 Γ) 24.46
☒ Δ) 29.00

9. Η σειρά $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} 4^n$ είναι μία Maclaurin σειρά για την ακόλουθη συνάρτηση:

- A) $\cos(x)$
 B) $\cos(2x)$
 Γ) $\sin(x)$
☒ Δ) $\sin(2x)$

10. Η συνάρτηση $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ ονομάζεται συνάρτηση λάθους.

Χρησιμοποιείται στο χώρο των πιθανοτήτων και δεν μπορεί να υπολογισθεί για πεπερασμένες τιμές του x . Εντούτοις, μπορεί να εκφρασθεί το ολοκλήρωμα ως πολυνύμο Taylor και να γίνει ολοκλήρωση. Η προσεγγιστική τιμή του $\operatorname{erf}(2.0)$ χρησιμοποιώντας τους τρεις πρώτους όρους της σειράς Taylor γύρω από το $t=0$ είναι:

- A) -0.75225
☒ B) 0.99532
 Γ) 1.5330
 Δ) 2.8586

εκαμε πιθανότητα άρα < 1 και όχι αρνητική αριθμ

11. Χρησιμοποιώντας το υπόλοιπο του πολωνύμου Maclaurin νιοστού βαθμού (n^{th} order) ως $f(x)$, το οποίο ορίζεται ως:

$$R_n(x) = \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(c), \quad n \geq 0, \quad 0 \leq c \leq x$$

Ο μικρότερος βαθμός του πολωνύμου που απαιτείται για να έχουμε απόλυτο σφάλμα το πολύ 10^{-6} κατά τον υπολογισμό του $\sin(0.1)$ είναι

- ☒ 3
 5
 7
 9